

Université René Descartes

MIA – P1

Année universitaire 2007 – 2008

TD 2,3,4 Cinématique

1. Ex. 1 du livre.
2. Ex. 2 du livre.
3. Ex. 3 du livre.
4. Ex. 4 du livre.
5. Ex. 7 du livre.
6. Les coordonnées d'un point mobile M dans un système d'axes (O,x,y,z) sont données en fonction du temps par :

$$\begin{cases} x = t^3 - t \\ y = -3t^2 \\ z = t^3 + t \end{cases}$$

- a) Etablir la loi du mouvement.
 - b) Montrer que la vitesse \vec{v} fait un angle constant avec \vec{Oz} .
7. Un point M se déplace dans le plan xOy. La distance OM est définie par $OM = r = at$ et l'angle θ par $\theta = \omega t$. $a, \omega > 0$.
Calculer en coordonnées polaires la vitesse et l'accélération de M.

8. On considère deux mobiles M et M_1 se déplaçant dans un système d'axes orthonormés direct $(\vec{Ox}, \vec{Oy}, \vec{Oz})$.

Leurs coordonnées à l'instant t sont :

$$M : \begin{cases} x = u^2 - 1 \\ y = 2u \\ z = 0 \end{cases} \quad M_1 : \begin{cases} x = \frac{t^4}{4} - 1 \\ y = t^2 \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{où } u \text{ est une fonction du temps telle que :}$$

$$u(t) + \frac{u^3(t)}{3} = t$$

On étudie le mouvement de ces deux mobiles entre $t=0$ et $t = \infty$.

A1. Déterminer et construire les trajectoires (C1) et (C2) de M et M_1 , puis les comparer.

A2. Calculer la vitesse instantanée $v = \|\vec{v}\|$ de M en fonction de u et la vitesse instantanée

$v_1 = \|\vec{v}_1\|$ de M_1 en fonction de t.

B1. Montrer que $\frac{d}{dt}(\vec{OM} \wedge \vec{v}) = \vec{0}$.

- B2. a) Calculer les composantes de l'accélération \vec{a} de M ainsi que $a = \|\vec{a}\|$. En déduire que \vec{a} est portée par \vec{OM} et donner son expression vectorielle en fonction de \vec{OM} et $r = \|\vec{OM}\|$.
- B2. b) A l'aide de l'expression obtenue pour \vec{a} , retrouver le résultat de la question B1 par un calcul vectoriel.
- B3 Calculer l'aire $S(t)$ de la surface balayée par le rayon vecteur \vec{OM} entre les instants t_1 et t_2 .
- t. Vérifier que $\frac{dS}{dt} = Cte$.

9. On considère le cercle d'équation $x^2 + y^2 - 2ax = 0$; $a > 0$ et un point M mobile sur ce cercle. Soit $\theta = (\vec{Ox}, \vec{OM})$. Cet angle est fonction du temps selon la loi :

$$\theta = \frac{\alpha}{\tan \theta}; \alpha > 0.$$

- a) Trouver les équations paramétriques $x(t)$ et $y(t)$ de M.
 b) Calculer la vitesse de M.

10. Un homme H partant de O décrit l'axe \vec{Oy} à la vitesse v constante. Son chien C part du point A sur \vec{Ox} perpendiculaire à \vec{Oy} ($OA = a > 0$) et se dirige constamment dans sa direction à la vitesse $2v$.

- a) Quelle est la trajectoire du chien ?
 b) Combien de temps mettra-t-il pour rattraper son maître ?